A Tese da Internacionalização da Amazônia

General-de-Divisão Carlos de Meira Mattos
Doutor em Ciência Política e Conselheiro da Escola Superior de Guerra.

É antiga a idéia da internacionalização da Amazônia. De tempos em tempos, ela volta ao palco trazida por novos ventos, revestida em teses pseudo-científicas ou sócio-huma-nitaristas, usadas para ocultar o seu verdadeiro objetivo político ou econômico.

No começo, era apenas a curiosidade pelo ineditismo do cenário gigantesco descrito pelos primeiros exploradores : o imenso "Mar Dulce " da carta do navegante espanhol Vicente Pinzon a El Rei; a "terra da canela e o El Dorado" procurados pela expedição de Orellana e Gonzalo Pizarro, irmão do conquistador do Peru ; a lenda fantasiosa " das índias guerreiras amazônicas" , espalhadas na Europa pelos escritos de Frei Carbajal, descrevendo-as como " alvas e brancas , usando cabelo comprido entrançado e enrolado na cabeça, pernas e braços bastante desenvolvidos , andam nuas em pêlo dissimulando seu sexo, com seus arcos e flechas nas mãos , fazendo tanta guerra como dez homens". Estas notícias e lendas povoaram o imaginário de aventureiros europeus durante o século XVI.

Em seguida, veio a curiosidade de famosos cientistas e naturalistas, europeus e norte americanos, diante da magnitude do cenário florestal e hidrográfico que deparavam na Amazônia.

Nos séculos XVII e XVIII, vieram conhecê-la e estudá-la, renomados cientistas e naturalistas da Europa e dos Estados Unidos. Ali estiveram La Condamine, Von Martius, D'orbigny, Goeldi, Agassiz , Humboldt (criador da denominação Hiléia); nos primeiros anos do século XX, Theodor Roosevelt. Seus relatórios e estudos chamaram a atenção internacional para a Amazônia.

Passada a fase de admiração científica pela sua colossal imagem geográfica, vieram as ambições e a cobiça.

Vamos lembrar apenas algumas das muitas investidas mais remotas a nossa soberania amazônica.

Nos velhos tempos do Império de D.Pedro II, no ano de 1850, sofremos as tentativas do Comandante Matthew Maury , Chefe do Observatório Naval de Washington , defendendo a tese da livre navegação internacional do rio Amazonas , considerando que pelo seu volume de águas deveria ser incorporado ao mesmo status do direito marítimo. O governo norte-americano autorizou o envio de uma canhoneira para explorar o rio que desrespeitando os nossos direitos soberanos penetrou na grande caudal e navegou até Iquitos, no Peru. Esta violação de nosso território exigiu enorme esforço diplomático de então Embaixador em Washington, Sergio Teixeira de Macedo, para neutralizar a difundida propaganda internacionalista disseminada por Maury e conseguir uma satisfação do governo norte americano.

Em 1948, vimos aprovada pela UNESCO, organismo da ONU, a criação do Instituto Internacional da Hiléia Amazônica , segundo o qual uma autoridade internacional passaria a administrar as pesquisas científicas e o desenvolvimento da região. Esta interferência nos nossos direitos soberanos, já aprovada ingenuamente por nossos representantes na UNESCO, só foi evitada pela rejeição do referido Instituto pelo nosso Parlamento baseado num parecer do então Estado-Maior Geral e na campanha veemente de protesto do senador Arthur Bernardes.

A partir dos anos 80 do século passado vem crescendo a propaganda e as pressões de interferência na nossa Amazônia . As hostes internacionalistas, hoje, concentram sua ação através das Organizações Não Governamentais (ONG).

As ONG são associações civis, internacionais ou nacionais , que proclamam fins humanitários ou científicos tais como direitos humanos, defesa ambiental , combate às desigualdades sociais , preservação de comunidades indígenas, combate a atividades belicistas e outros.

O articulista do jornal francês “Le Monde” (25-4-01) calculava em 32.000 o número de ONG espalhadas pelo mundo. Comenta o articulista Sorman – “Ninguém fiscaliza suas fontes de financiamento, ninguém verifica a autenticidade da boa causa a que se propõem, ninguém controla suas despesas. Na sua quase totalidade estão subordinadas a assembléias fantasmas (de personalidades honradas), mas administradas efetivamente por minorias vinculadas a outros interesses”.

A tese central das ONG internacionais que atuam no norte do Brasil sintetiza-se na expressão "Amazônia patrimônio da Humanidade". Alegam que se trata de uma imensa região de natureza tropical cuja floresta deve ser preservada visando a sobrevivência da Humanidade, justificam sua tese acusando os estados nacionais, principalmente o Brasil de responsáveis pela destruição da natureza amazônica e de serem incapazes de conter o desmatamento da floresta, a poluição ambiental e a natureza primitiva do gentio. Baseados na alegação da incapacidade do Brasil de preservar a natureza amazônica, inúmeras ONG européias e norte-americanas lutam para que se estabeleça para a nossa Amazônia, o status de "território do interesse da Humanidade", como tal , que um organismo supranacional. Com autoridade decisória passa a participar de sua administração. As ONG já envolveram a ONU, a UNESCO e entidades financeiras internacionais na tese de apoio á criação de uma entidade supranacional para preservar a floresta amazônica.

Inúmeras ONG pressionam as instituições financeiras mundiais no sentido da implantação de uma autoridade supranacional na Amazônia e, com este objetivo, estas aprovam ou desaprovam pedidos de empréstimo, igualmente mantêm e financiam várias agências na região que se apresentam como ambientalistas, antropológicas, naturalistas, indigenistas, pacifistas, de direitos humanos .

Destacam-se entre as entidades de apoio as ONG atuantes na Amazônia: a inglesa "Survival International !" também conhecida como "Casa de Windsor" (dado à sua estreita ligação com a coroa inglesa), cuja infiltração na região data dos anos 60 ; a " European Working Group on Amazon (EWGA)"- o Conselho Mundial das Igrejas Cristãs , sediado na Suíça, a União Internacional para a Conservação da Natureza (UICN).

As acima citadas organizações internacionais, e outras, irradiam no Brasil e em particular na Amazônia, uma rede de dezenas de ONG e agências que buscam criar na população local e nos indígenas uma conscientização da necessidade de internacionalizar a região. Entre as ONG nacionais mais presentes na Amazônia destacam-se o Conselho Indigenista de Roraima (CIR) controlado pela Comissão Pastoral da Terra; Associação dos Povos Indígenas de Roraima (APIR);

Associação regional Indígena dos Rios Kinô, Cotongo e Monte Roraima (ARIKOM) . A Sociedade de Defesa dos Índios Unidos do Norte do Estado de Roraima (SODIURR) defende a convivência pacifica e comunitária entre índios e não índios.

Duas teses se confrontam em torno da questão indígena – Integração versus Confinamento . A política tradicional brasileira é da integração à sociedade nacional, idealizada e realizada pelo nosso maior indigenista, o General Rondon.

A partir dos anos 60, Organizações Internacionais do 1º Mundo e entidades cristãs sediadas na Europa e Estados Unidos , mantenedoras de inúmeras Missões Religiosas na Amazônia, abriram a luta a favor da internacionalização da Hiléia e confinamento das tribos de gentios visando a preservar os hábitos e costumes primitivos. Vários líderes políticos europeus têm se pronunciado, em caráter particular, a favor da tese de internacionalização da Amazônia, entre os quais citaremos o ex Presidente da França , François Miterrand , que declarou em 1991, *"o Brasil precisa aceitar a soberania relativa sobre a Amazônia"*.

As ONG internacionalistas escolheram para tema de sua penetração a questão indígena e, para área principal de operações, o território Norte do Estado de Roraima, contíguo às nossas fronteiras com a Venezuela e República da Guiana . Escolheram uma região vulnerável, pela distância dos grandes centros, pelo seu despovoamento, pela sua contigüidade com um espaço tri-fronteiriço (Brasil-Venezuela-República da Guiana). A constância de sua ação, o apoio de ONG's internacionais nas suas pressões ao governo brasileiro já lhes assegurou duas vitórias: a demarcação das reservas indígenas de Ianomami, superfície de 96.649 Km2 (equivalente à do Estado de Santa Catarina) para uma população de cerca de 9.000 índios e a demarcação das reservas dos índios de Raposa Terra do SOL , superfície de 17.430 Km2 (metade do território do Estado do Rio de Janeiro) para uma população de 15.000 índios . A Soma da superfície destas duas reservas esteriliza para a ocupação e economia cerca de 50% do território do Estado de Roraima.

A propaganda das idéias de internacionalização lançada na Europa e Estados Unidos pelas

ONG transnacionais vem conquistando um número crescente de adeptos no exterior e mesmo no nosso País, particularmente entre as organizações que delas recebem financiamento, e brasileiros que delas dependem por seu emprego.

Qual tem sido a atitude do governo brasileiro em face às investidas internacionalistas? Algumas vezes cega, outras vezes dúbia, cedente e em parte, vacilante.

A Assembléia Constituinte de 1988, pressionada pelas ONG, colocou na Constituição vigente conceitos de interpretação duvidosa sobre " terras tradicionais dos índios"; baseado em critério interpretativo duvidoso, o Executivo homologou, com decretos e portarias, as reivindicações sobre reservas indígenas totalizando 1/10 do território nacional , para uso privilegiado de cerca de 700 mil índios, entre tribais e semi- tribais , divididos em 215 etnias, com 180 línguas e dialetos (IBGE).

Buscando responder às críticas internacionais acusatórias de ineficácia na preservação do meio-ambiente e na contenção da destruição da floresta tropical o governo Sarney, em 1988, lançou o Programa Nossa Natureza, estabelecendo a política de Desenvolvimento Sustentado.

Visando a executar o Programa Nossa Natureza foi criado o IBAMA, que vinha obtendo resultados favoráveis no combate ao desmatamento, mas que, ultimamente, tem perdido eficiência por falta de recursos financeiros.

O Projeto Calha Norte, instituído em 1985, tendo por objetivo o povoamento, atendimento social e incentivo econômico na larga faixa de nossa fronteira Norte com 5 paises (Guiana Francesa, Suriname , Rep. da Guiana , Venezuela e Colômbia) , operação conjunta de Ministérios civis e militares, vem se arrastando por falta de verba e de interesse dos Ministérios civis. Somente os Comandos Militares vem realizando a sua parte. Ultimamente, o governo tem procurado reanimar o andamento desse Projeto.

Vários outros órgãos governamentais atuam na área amazônica, entre os quais o Ministério do Meio Ambiente, e a FUNAI, que substituiu o antigo Serviço de Proteção ao Índio.

A tese mais presente, hoje, é a da "Amazônia patrimônio da humanidade", devendo ser administrada por autoridade internacional, única capaz de garantir a sobrevivência futura de vida no Planeta. Oferecem aos países donos do território amazônico o consolo de uma soberania partilhada.

A propaganda e as pressões internacionais a favor desta tese de internacionalização vêm revestidas das falácias pseudo-científicas – Amazônia pulmão do mundo, queimadas da floresta responsáveis principais pela emissão de dióxido de carbono e conseqüente envenenamento da atmosfera (duas acusações já cientificamente destruídas). Amazônia, último espaço de natureza e da vida selvagem a ser preservada (preferida dos antropólogos, ambientalistas e indigenistas).

Os principais propagandistas e ativistas dessa tese são organizações internacionais não governamentais (ONG), dos paises ricos da Europa e dos Estados Unidos , presentes e atuantes na Amazônia Brasileira através de suas agencias e de missões religiosas dispondo de dinheiro farto e envolvendo a participação de brasileiros.

A última manifestação dos ativistas da soberania partilhada para a Amazônia , veio-nos do francês M.Pascoal Lamy. Ex Comissário de Comercio da União Européia e candidato de seu país a Diretor Geral da Organização Mundial do Comércio (OMC).

Defendendo o conceito de Governança Global. Em conferência recente realizada em Genebra perante diplomatas e funcionários de organizações internacionais, o sr Pascoal Lamy afirmou : —*"as florestas tropicais como um todo, devem ser submetidas à gestão coletiva, ou seja gestão da comunidade internacional".*

Segundo a proposta do Sr Lamy, em fórum internacional, nossa floresta amazônica deve passar a ser administrada por uma autoridade internacional a ser criada.

Sobre este pronunciamento do Sr Lamy o nosso Ministro de Relações Exteriores , Celso Amorim , apresentou imediata e veemente protesto nos seguintes termos :

> *"As declarações do Sr Lamy revelam uma visão preconceituosa, que subestima a capacidade dos países em desenvolvimento em gerenciar, de forma soberana e sustentável os seus recursos naturais .*
> *Tais declarações são incompatíveis com o cargo de Diretor-Geral da Organização Mundial do Comércio (OMC) ao qual o Sr Lamy aspira "*

Não há dúvidas que perigos rondam a nossa integridade territorial , na região amazônica .

Cabe ao Estado Brasileiro demonstrar forte e inabalável decisão de não aceitar a violação de seus direitos soberanos, conquistados duramente através de 5 séculos, por portugueses e brasileiros. Não há de ser a nossa geração que, por incapacidade de lutar, irá permitir a lesão de nossa soberania em parte do território nacional.

Nossa política de defesa contra as pretensões internacionalista na nossa Amazônia, a nosso ver, deve se basear nos seguintes itens principais:

— Demonstrar vontade nacional inabalável de preservar intocável nossa soberania territorial (para isto mobilizar a consciência das elites e do povo).

— Possuir uma diplomacia super ativa e vigilante, capaz de refutar veementemente , de imediato, qualquer insinuação ou projeto internacionalista envolvendo o Brasil, surja onde surgir, em qualquer país ou entidade internacional .

— Estreitar nossas relações com os países nossos vizinhos amazônicos, buscando integrá-los na missão de defesa contra a campanha de internacionalização da área. Incentivar os projetos de povoamento e de desenvolvimento sustentado da Amazônia Norte e Oeste.

— Administrar eficazmente a proteção da floresta e a preservação do meio-ambiente (sem prejuízo da valorização política , econômica e social da região e de seus habitantes).

— Manter na região um dispositivo militar de defesa , especializado em guerra na selva, que por seu efetivo , armamento moderno, equipamento e adestramento, represente uma força de dissuasão convincente , capaz de desencorajar aqueles que projetem um conquista fácil .

Este o grande desafio diante dos brasileiros desta geração .. Saberemos respondê-lo???

Cai sobre nossos ombros preservar a integridade de nosso território ameaçado, missão que as gerações que nos antecederam souberam fazer, com habilidade diplomática, a intrepidez e mesmo com sangue, quando necessário.

Lógica Fuzzy

Prof. Gerardo José de Pontes Saraiva
Cel do Exército do Quadro de Engenheiros Militares, Chefe da Divisão de Assuntos de Ciência e Tecnologia da ESG, Mestre em Engenharia Civil e Doutor em Ciências.

Resumo

A Lógica Fuzzy é uma teoria matemática que leva em consideração um aspecto de incerteza definido como *nebulosidade*. Nebulosidade (fuzziness) é a ambiguidade que pode ser encontrada na definição de um conceito ou no sentido de uma palavra. O raciocínio humano não trabalha somente com dicotomias ¾ água fria (0) ou quente (1), mas também com o intervalo entre os dois extremos (intervalo de 0 a 1). Além disso, por exemplo, o que significa exatamente *água fria*? Significa estar a uma temperatura de 15º C? A Lógica Fuzzy trabalha com *quente* e não com 50º C. A Teoria Fuzzy baseia-se no princípio de que o pensamento humano não é estruturado em números, mas sim em classes de objetos cuja transição entre pertencer ou não a um conjunto é gradual e não abrupta, podendo modelar o significado das palavras empregadas na linguagem natural.

Abstract

The Fuzzy Logic is a mathematical theory which holds an aspect of uncertainty defined as *fuzzyness*. *Fuzzyness* is an ambiguity that can be found in the definition of a concept or meaning of a word. The human thinking does not deal only with dichotomies ¾ cold water (0) or hot water (1), but also with the gap between the extremes (0 to 1). Moreover, what is the exact meaning of *cold water* or *hot water?* Does it mean temperature of 15º C or 50º C?. The Fuzzy Logic deals with cold or hot but 15º C or 50º C. The Fuzzy Theory is based on the principle that the human thought is not structured by means of numbers but in classes of objects whose transition of belonging or not to a group of things is gradual, instead of an abrupt process, capable of shaping the meaning of words used in a natural language.

Introdução

A maior parte da linguagem natural contém ambigüidade e multiplicidade de sentidos. Em particular, os adjetivos que utilizamos para caracterizar objetos ou situações não nos permitem clareza suficiente, sendo ambíguos em termos de amplitude de significados. Se, por exemplo, dizemos que uma pessoa é alta, não podemos claramente afirmar quem é alto ou quem não é. A ambigüidade de *pessoa idosa* vem do adjetivo *idoso*. Adjetivos são usualmente qualitativos, mas alguns como *alto* ou *idoso* são percebidos em conexão com quantidades de altura ou idade. Se omitimos ou retiramos adjetivos abstratos como *ambíguo, vago, incerto,* são muito utilizados adjetivos outros que envolvem quantidades. Especialmente em engenharia, adjetivos que descrevem estados ou condições são, quase sempre, relacionados a quantidades. A maioria dos adjetivos são quantificados por meio de uma dimensão de sentidos como altura, idade ou extensão, mas valores abstratos, tais como *um pequeno número* ou *um grande número* também podem ser dimensionalmente quantificados

Muitas de nossas ferramentas para modelagem formal, para raciocinar e utilizar a computação, no entanto, são crisp[1] determinísticas e precisas em sua natureza. Por *crisp* queremos significar dicótomo, isto é, muito mais *sim-ou-não* do que *mais ou menos.* Na lógica dual convencional, por exemplo, uma afirmação pode ser verdadeira ou falsa e não pode assumir nenhum significado outro como *aproximadamente.* Na teoria dos conjuntos, um elemento pode pertencer ao conjunto ou não; em caso de otimização, uma solução é possível, viável ou não. Na modelagem matemática, a precisão supõe que os parâmetros de um modelo representam, exatamente, ou a nossa percepção dos fenômenos modelados ou características de um modelo real que já tenha sido construído. Geralmente, *precisão* também implica que o modelo seja inequívoco, isto é, que não contenha ambigüidades.

O mundo real é um mundo muito variado, para lá e para cá, constantemente movendo-se e mudando, e sempre cheio de surpresas. Em outras palavras é um mundo *fuzzy.* Fuzzy, não no sentido de ser confuso, mas fuzzy no

[1] If you describe someone's writing or speech as *crisp,* you mean they write or speek very clearly, without mentioning unnecessary details. (Collins Cobuld – English Dictionary).

sentindo de um mundo real, em que vivemos, onde um veículo pode deslocar-se *vagarosamente,* uma pessoa pode estar *um pouco faminta* ou o tempo pode estar *parcialmente nublado* ¾ distinções que as pessoas usam todas as vezes que precisam tomar decisões, mas com as quais os computadores e outros meios de avançada tecnologia não são capazes de lidar.

Este trabalho é direcionado, também, a pessoas que não sejam matemáticos. Por isso, a linguagem foi simplificada para evitar palavras e expressões técnicas mas, mesmo assim, mantendo a terminologia necessária. A notação matemática foi reduzida ao básico e simplificada. Em alguns casos, por simplicidade, a notação vetorial foi utilizada. Alguns exemplos numéricos simples demonstram a aplicabilidade matemática para clarificar eventuais dificuldades.

Em resumo, objetiva este trabalho propiciar uma introdução ao conhecimento da Lógica Fuzzy, seu objetivo e conceitos básicos, de uma maneira metódica e coerente; apresentar exemplos de suas aplicações por meios não matemáticos. Mas, objetiva, de modo especial, interessar os leitores no estudo desta ferramenta tão poderosa, dirigindo-os ademais para o seu aprofundamento. Para isso, ao final, é citada uma suficiente e atualizada bibliografia. O pequeno *link* entre Lógica Fuzzy e Redes Neurais, constante no apêndice, visa permitir o conhecimento de sua utilização simultânea para uma sua maior eficácia.

1. Lógica Fuzzy

1.1 – Lógica Fuzzuy: Alguns antecedentes e uma sumária visão

A partir de 1994, a *nebulosidade (fuzziness) é considerada o estado da arte.,* mas esta idéia não é nova. Ela tem sido tratada pelo nome *fuzzy* desde a década de sessenta, mas suas origens remontam a 2500 anos.

A lógica clássica, lógica crisp, foi desenvolvida no século IV a. C. pelo filósofo grego, Aristóteles, motivo pelo qual, muitas vezes, em sua homenagem, é chamada *Lógica Aristoteliana.* Aristóteles tirou sua idéia do trabalho de um filósofo grego que o precedeu, Pitágoras, e seus seguidores, os quais acreditavam que esse assunto era essencialmente numérico e que o universo poderia ser definido por meio de relações numéricas.

Acredita-se que seu trabalho propiciou os fundamentos da geometria e da música ocidental (através das relações entre os tons).

Aristóteles estendeu a convicção de Pitágoras ao processo que as pessoas utilizam para pensar e tomar decisões, aliando a precisão da matemática com a pesquisa da verdade. No entorno do século X, d.C., a lógica Aristoteliana serviu de base para o pensamento na Europa e no Oriente Médio. E isso aconteceu por duas razões: ela simplifica a maneira de pensar acerca de problemas e torna a *certeza* ou *verdade* mais fácil de provar.

Saltando para o século XVIII, o filósofo e clérigo irlandês, George Berkeley e o escocês, David Hume, pensavam que todo conceito tem um elemento central concreto, para o qual são atraídos todos os outros que, de alguma maneira, lhe são semelhantes. Hume, em particular, acreditava na lógica do senso comum, cuja razão se baseava no conhecimento, que as pessoas normalmente adquiriam por viverem no mesmo mundo.

Na Alemanha, Kant considerava que somente a matemática poderia proporcionar definições nítidas e que muitos princípios contraditórios não poderiam ser conciliados. Como exemplo, citava o fato de a matéria poder ser dividida infinitamente, mas ao mesmo tempo não poder ser infinitamente dividida.

No século XIX, foi desenvolvida uma espécie de aritmética, a chamada *lógica Booleana.* O resultado da lógica proposicional, lógica *Booleana,* foi baseado muito mais na aritmética binária do que nas relações da aritmética decimal. A maioria das pessoas julgou que isso não tivesse utilidade, motivo pelo qual a lógica booleana permaneceu na obscuridade por muitas décadas. Hoje, contudo, ela foi redescoberta e, juntamente com os circuitos integrados, trouxe à luz os microprocessadores e os computadores modernos.

Os computadores modernos, baseados na aritmética binária, em conjunto com sofisticados *softwares* têm modificado, sob muitos aspectos, os nossos estilos de vida e, até mesmo, nossa maneira de pensar.

A idéia de que a lógica *crisp* produzia contradições, não passíveis de serem gerenciadas, surgiu e foi popularizada no princípio do século XX pelo filósofo e matemático inglês, Bertrand Russell. Ele, também, estudou a *incerteza* da linguagem, bem como sua precisão, concluindo que a incerteza é objeto de gradação.

O filósofo alemão, Ludwig Wittgenstein, estudou as diversas maneiras de como a palavra pode ser utilizada para finalidades diversas que, na realidade, têm pouco em comum; por exemplo, o *jogo* que pode ser competitivo ou não.

A teoria dos conjuntos originais (0 ou 1) foi inventada pelo matemático alemão, George Kantor, no século XIX. Mas este conjunto *crisp* tem as mesmas restrições que a lógica nele baseada. A primeira lógica de *incerteza* foi desenvolvida em 1920 pelo filósofo polonês, Jan Lukasiewicz. Ele criou conjuntos com valores possíveis de pertinência 0, ½ e 1, estendendo-o, posteriormente, a um conjunto infinito de números entre 0 e 1.

O grande passo seguinte ocorreu em 1937, na Universidade de Cornell, EUA, quando Max Black considerou a ampliação do conceito de quais objetos poderiam pertencer a um conjunto. Ele mediu a pertinência em graus de utilização e defendeu a teoria geral de incerteza.

O trabalho desses pensadores dos séculos XIX e XX propiciou o fundamento da Lógica Fuzzy para o seu fundador, o americano, Lotfi Zadeh.

Em 1960, Lotfi Zadeh inventou a Lógica Fuzzy, que combina os conceitos da lógica *crisp* e os conjuntos de Lukasiewski pela definição de uma relação graduada. Uma das mais importantes percepções de Zadeh foi que a matemática pode ser utilizada para fazer uma ligação entre a linguagem e a inteligência humanas. Muitos conceitos, de fato, podem ser muito mais bem definidos por palavras do que pela matemática e a Lógica Fuzzy e sua expressão nos *Conjuntos Fuzzy* proporciona uma disciplina que melhor pode construir modelos do mundo real.

Zadeh afirma que a *nebulosidade* (fuzziness) envolve possibilidades. Se, por exemplo, o número 6 pode ser considerado um número grande, ao tempo em que é impossível que 1 e 2 também o sejam, o conjunto de possíveis números grandes inclui 3, 4, 5 e 6.

Daniel Schwartz, pesquisador americano da Lógica Fuzzy, organizou palavras *fuzzy* sob diferentes títulos. Assim, termos de *quantificação* compreendem *todo, a maior parte, aproximadamente a metade, poucos* e *nenhum. Usualidade* inclui *sempre, freqüentemente, muitas vezes, ocasionalmente, raramente* e *nunca.* Termos de *probabilidade* são *certo, provável, incerto, improvável* e *certamente não.*

Utiliza-se pensamento fuzzy a respeito de uma *palavra fuzzy* ¾ também denominada *variável lingüística* ¾ em contraste com *pensar crisp.*

Paralelamente ao aparecimento da Lógica Fuzzy, com o trabalho pioneiro de Lotfi Zadeh, começou o desenvolvimento das redes neurais artificiais. Esse fato logo chamou a atenção de muitos tecnologistas, que viam a possibilidade de ambas se poderem complementar.

1.2 - Lógica Fuzzy: Conceituação

A lógica fuzzy é uma teoria matemática, e o que é chamado *nebulosidade* leva em consideração um aspecto de incerteza. Nebulosidade (*Fuzziness)* é a ambigüidade que pode ser encontrada na definição de um conceito ou no sentido de uma palavra.

Como seu nome implica, a teoria dos conjuntos fuzzy é, basicamente, uma teoria de conceitos graduados ¾ uma teoria na qual tudo é objeto de gradação ou, para apresentar isso de modo figurativo, tudo tem elasticidade. Há um pouco mais de três décadas, desde sua iniciação, a teoria tem amadurecido, dentro de uma vasta cadeia de conceitos inter-relacionados e técnicas, para tratar fenômenos complexos que não se emprestam para serem tratados através de uma análise que utilize os métodos clássicos, baseados na teoria das probabilidades ou na lógica bivalente.

No entanto, os cépticos, com freqüência, levantam uma questão, qual seja, se de fato há significantes áreas de problemas em que a utilização da teoria dos conjuntos fuzzy pode conduzir a resultados não passíveis de serem obtidos através dos métodos clássicos.

No seu tratado, *Fuzzy Sets Theory and its Applications,* a essa pergunta o Prof. Zimmermann responde afirmativamente. Sua exposição compreensível de ambas as teorias e de suas aplicações explana em termos claros os conceitos básicos que fundamentam a teoria fuzzy e como eles têm sua contrapartida nos conceitos clássicos. Além do mais, com uma abundância de exemplos, mostra os caminhos através dos quais a teoria fuzzy pode ser empregada para a solução de problemas reais, principalmente no domínio da análise de decisões, e incentiva o estudo da teoria fuzzy através de aplicações em que os conjuntos fuzzy desempenham um papel importante.

Como assinalamos, a lógica fuzzy é uma teoria matemática, e o que é chamado *nebulosidade* leva em consideração um aspecto de incerteza. Nebulosidade (*Fuzziness)* é a ambigüidade que pode ser encontrada na definição de um conceito ou no sentido de uma palavra. Por exemplo, expressões como *uma velha pessoa, alta temperatura* ou *pequeno número* podem ser chamadas *nebulosidades.*

Até há pouco tempo, a probabilidade era a única incerteza com que os matemáticos trabalhavam. A incerteza da probabilidade, geralmente, refere-se à incerteza de fenômenos, como simbolizados pelo conceito de aleatoriedade. Assim, quando se diz *choverá amanha, jogue os dados e retire um três* contêm a incerteza de ocorrências fenomenológicas. Aleatoriedade (coisas que ocorrem sem um plano definido) e nebulosidade diferem em sua natureza; isto é, eles são aspectos diferentes de incerteza. Voltando ao exemplo, desde que a incerteza de *choverá amanhã* ocorre causada por uma previsão meteorológica feita antes de que amanhã se torne realidade (no tempo), ela será esclarecida com a passagem do tempo e a chegada do amanhã. A incerteza de *jogar dados e retirar um três* é também o resultado de tentar antes de rolar os dados, e se realmente os dados são rolados e esse resultado ocorre, a proposição torna-se certa. A incerteza, contudo, de *pessoa velha* ou de *alta temperatura* não é esclarecida com a passagem do tempo ou com a ocorrência de um resultado. A ambigüidade permanece no sentido das palavras e a incerteza continuará ao longo de algum tempo, uma vez que isso é uma característica essencial dessas palavras.

Consta que a teoria da probabilidade surgiu no século XVII, tendo, pois, uma longa tradição. Desde o seu início, a engenharia tem feito uso de suas proposições e conceitos e ela tem sido largamente utilizada nas ciências naturais. Por outro lado, a lógica fuzzy somente começou a ser desenvolvida há cerca de uns 35 anos e seu uso, no Brasil pelo menos, ainda é restrito. Isso se deve, principalmente, ao fato de a teoria fuzzy e suas possibilidades não terem sido, ainda, suficientemente divulgadas em nosso país e só serem conhecidas dentro de um círculo relativamente pequeno.

A nebulosidade expressa uma incerteza que é uma parte do significado das palavras e as palavras são partes indivisíveis do pensamento humano. As pessoas pensam e expressam seus pensamentos e informações através de palavras. Acreditamos que o mesmo, *mutatis mutandis,* aconteceria com a probabilidade, a qual seria ainda muito pouco conhecida, a menos que não fosse relativamente familiar para o público, através dos anúncios do serviço de meteorologia e para aqueles que gostam de jogar e de testar suas possibilidades de êxito antes de vestibulares: certamente ainda muito menos pessoas por ela se interessariam. Todos, porém, porém, estamos envolvidos com nebulosidade e isso é um tipo de incerteza que qualquer um pode apreender. Se esse tipo de incerteza puder ser tratado matematicamente e a engenharia puder fazer uso disso, seus efeitos serão imensuráveis. E o são, na realidade. Só no Japão, há uns dois anos, havia mais de 2000 patentes baseadas em lógica fuzzy, registradas. Diz-se que a diferença entre computadores, que somente podem utilizar processo de informações usando a matemática binária, e as pessoas é que estas últimas podem lidar com ambigüidade, e agora esta excepcional capacidade humana pode ser expressa pela teoria fuzzy, tratada independentemente dos computadores e podendo ser aplicada à engenharia e a outras ciências. Além de definições conceituais e do significado das palavras, alguns conceitos de nebulosidade estão bastante divulgados para incluir assuntos como a incerteza dos julgamentos subjetivos das pessoas.

Os critérios gerais da teoria fuzzy que fazem uso da nebulosidade são a teoria dos conjuntos fuzzy, a lógica fuzzy e a teoria de medidas fuzzy. A teoria dos conjuntos fuzzy expressa a nebulosidade *stricto sensu* por meio de conceitos da teoria dos conjuntos; a teoria de medidas fuzzy trata a nebulosidade em um sentido mais abrangente. A lógica fuzzy é o conceito de conjuntos fuzzy incorporado à estrutura da lógica multivalorada. Existe, pois, o que se chama de *matemática fuzzy,* uma matemática padrão em que conjuntos fuzzy e princípios de medida fuzzy são muito bem introduzidos.

1.3 – Princípios Básicos da Teoria Fuzzy

A Teoria Fuzzy baseia-se no princípio de que o pensamento humano é estruturado não em números, mas sim em classes de objetos cuja transição entre pertencer ou não a um conjunto é gradual e não abrupta; ¾ o que nos diferencia dos atuais computadores digitais. Assim, enquanto as fronteiras dos conjuntos clássicos são bem definidas, aquelas dos conjuntos fuzzy apresentam uma nebulosidade, a qual se tenta aproximar das imprecisões do modo de raciocínio humano. A água para um banho pode estar um pouco fria para um indivíduo, mas isso não significa que ela não esteja, em certo grau, quente. O raciocínio humano não trabalha somente com dicotomias — água fria (0) ou quente (1), mas também com o intervalo entre os dois extremos (intervalo de 0 a 1). Além disso, o que significa exatamente a água estar fria? Significa estar com uma temperatura de 15 º C? A lógica fuzzy trabalha com *calor* e não com 50 º C.

Como modelar o significado das palavras empregadas na linguagem natural? A Teoria Fuzzy se propõe a uma boa aproximação para a solução.

1.4 – As três principais características da teoria Fuzzy[3]

- Uso de variáveis linguísticas no lugar ou em adição a variáveis numéricas.

- Caracterização das relações simples entre variáveis por expressões condicionais.

- Caracterização das relações complexas por algoritmos fuzzy.

1.5 – Por que Fuzzy?

Mas o que é a teoria Fuzzy? Por que utilizar o termo Fuzzy? O termo *Fuzziness,* cuja melhor tradução parece ser *nebulosidade,* é encontrado em nossas decisões, em nossos pensamentos, na maneira como processamos informações e, particularmente, em nossa linguagem do dia a dia; proposições várias podem ser obscuras, ou não muito claras, e ser sujeitas a diferentes interpretações. Frases como *mais tarde procuro você, um pouco mais, eu não me sinto muito bem* são expressões fuzzy. A nebulosidade tem origem nas diferentes interpretações ou percepções que nós atribuímos a *mais tarde, um pouco mais* e *muito bem.* Assim, para engenheiros, *mais tarde* pode significar nanosegundos, enquanto para paleontólogos pode estar na ordem de milhares de anos. A ordem de grandeza é relativa; portanto, se utilizamos unidades fuzzy elas devem ser consideradas

[3] Vide COSENZA, Carlos Alberto Nunes, *Teoria dos Conjuntos Fuzzy* ¾ Comparação introdutória com a Teoria Clássica dos Conjuntos. (vide bibliografia)

no contexto em que é empregada e devem ser encontrados o ponto de referência e a unidade de medida.

Ocasionalmente, proposições fuzzy podem indicar unidades relativas e subunidades que não indicam unidades absolutas. Quando dizemos que o *corredor A é rápido, que o corredor B é mais rápido do que A,* e *o corredor C é mais lento do que B,* nós fazemos duas observações. As proposições fuzzy podem estabelecer *taxonomia* (B é mais rápido do que A, e C é mais lento do que B) ou *ambigüidade* (não está claro se A é mais rápido do que C); além do mais, não há medida das velocidades de A, B e C.

A proposição *João é muito alto* é fuzzy porque não existe referência de medida. Em um time de basquete, com uma média de altura de 1,90 m, *muito alto* pode significar, provavelmente, mais alto do que 1,90 m; para a média das pessoas, muito alto significa, muitas vezes, maior do que 1,60 m, mas não necessariamente maior do que 1,90 m.

Importante chamar a atenção para o fato de que *nebulosidade* não significa o mesmo que *probabilidade.*[4] Uma proposição é probabilística se ela expressa uma probabilidade ou grau de certeza ou se ela é o resultado de eventos claramente definidos, mas aleatoriamente. Quando se diz, por exemplo, que *há uma chance de 50% de que José chegue a tempo,* está-se diante de uma proposição puramente probabilística. Observe-se que a própria probabilidade pode ter algum grau de nebulosidade. Na proposição *muito provavelmente eu estarei aqui,* todas as probabilidades foram mentalmente pesadas e algum grau de certeza ou probabilidade foi expresso. Mas, por outro lado, se eu afirmo *eu posso estar aqui,* esta proposição expressa uma completa incerteza, uma indecisão, e, portanto, uma nebulosidade.

1.6 – Lógica Crisp versus Lógica Fuzzy

Certamente são a todos familiares os níveis de decisão bem definidos ou limites de transição (binários, multivalorados). A lógica booleana ou binária baseia-se em dois valores extremos bem definidos (*crisp*) — *sim* ou *não*; ou *1* ou *0. Sim* ou *não* é uma resposta além da dúvida. A *lógica ternária* é uma lógica com três respostas definidas, tal como *vazio – meio cheio – cheio.* Os números binários *1* ou *0,* ou *1, 0,5* e *0,* na lógica ternária,

[4] Esse Aspecto já foi, genericamente, abordado.

representam limites de transição normalizados. De maneira semelhante, a *lógica multivalorada* tem muitos níveis bem definidos de limites de transição. A lógica Fuzzy, porém, tem limites de transição, indefinidos, não claros. Se, por exemplo, tomarmos a lógica ternária e a *fuzificarmos* (isto é, mudarmos os limites de transição para valores obscuros), então os valores dos limites de transição podem ser formalmente dispostos dentro de uma mesma seqüência. A clareza (*crispness)* dos números *0, 0,5* e *1* pode ser substituída por *de 0 a aproximadamente 0,4; de aproximadamente 0,2 a aproximadamente 0,8* e *de aproximadamente 0,6 a 1.* Assim, se olharmos para três pontos distintos através de uma lente de câmara bem focalizada, veremos os pontos com contornos claros; se a imagem está fora de foco, contudo, os pontos tornam-se confusos ou *fuzzy,* possivelmente sobrepondo-se uns aos outros. Essa operação é denominada *fuzificação* e é rotineiramente realizada nos sistemas de controle fuzzy.

As últimas décadas têm presenciado um grande interesse em tecnologias que possuem sua motivação em alguns aspectos de funções humanas. Algumas destas, como a inteligência artificial, podem ser consideradas como tendo suas raízes no domínio psicológico. Outras, como redes neurais, algoritmos genéticos e programação evolucionária, são inspiradas por reconsiderações de processos biológicos. A necessidade de representar conhecimentos de maneira tal que sejam facilmente aplicáveis, simultaneamente ao estilo humano de processar informações, bem como passíveis de aceitação pela utilização de computadores, é comum a todas essas tecnologias assim chamadas *inteligentes.* Os *conjuntos fuzzy* foram originariamente introduzidos em 1965; a *lógica fuzzy*, a disciplina que relaciona esses dois aspectos acima citados, tem se mostrado como o meio mais apropriado a desempenhar esse papel. Em um determinado nível, a lógica fuzzy pode ser vista como uma linguagem que permite traduzir sofisticadas situações da linguagem natural em uma formalização matemática. A partir do momento em que obtivermos essa formalização matemática do conhecimento, seremos capazes de utilizar esse conhecimento no desenvolvimento da tecnologia.

1.7 – Lógica Fuzzy: Aplicações

Atuais e Perspectivas Futuras

Desenvolvendo conceitos acima enunciados, a teoria dos conjuntos fuzzy foi expandida para utilização em diversas áreas, tais como teoria dos sistemas, ainda mesmo enquanto essa teoria estava sendo desenvolvida; foi, além disso, também desenvolvida para incluir aplicações outras como modelagem, avaliação, otimização, tomada de decisão, controle, diagnose, e informação. Além disso, ela tem sido testada em vários problemas reais como controle, inteligência artificial e gerenciamento. De fato, a teoria fuzzy está, realmente, sendo utilizada em várias áreas, e as aplicações da teoria dos sistemas não estão restritas ao emprego de sua concepção inicial; há estudos ¾ alguns deles já concluídos ¾ para um mais abrangente desenvolvimento dos seus conceitos básicos. Além disso, os efeitos da ambigüidade estão sendo reconhecidos a partir do ponto de vista da engenharia fuzzy e este campo está avançando rapidamente na incorporação desses conceitos.

De maneira geral, é o ponto de partida para o desenvolvimento de modelos que envolvam pensamento ambíguo e processos de julgamento. Assim, os seguintes campos de aplicação podem ser imagináveis:

a) a concepção de modelos humanos que possam ser usados para o gerenciamento;

b) imitação de habilidades humanas de alto nível, utilizável em automação e sistemas de informação;

c) desenvolvimento de interfaces entre pessoas e máquinas;

d) outras aplicações de inteligência artificial (análise de risco e prognóstico), desenvolvimento de dispositivos funcionais.

Os sistemas fuzzy podem ser utilizados para estimativas, tomadas de decisões, sistemas de controle mecânico, tais como condicionadores de ar, controles de automóveis, e mesmo edifícios *inteligentes,* controles de projetos industriais e um número grande de outras aplicações. Certamente, o mais espetacular sistema fuzzy, funcionando hoje em dia, seja o controle do "metrô" da cidade japonesa de Sendai, um sistema de controle que mantém os trens rolando rapidamente ao longo do percurso, freando e acelerando suavemente, deslizando nas estações, parando nos locais precisos, sem perder um segundo ou irritando os passageiros.

A lógica fuzzy tem tido grande e

diversificado emprego, tais como em máquinas militares *inteligentes,* controle de estoques, máquinas de lavar, controle de tráfego, etc.

Nas comunicações, tem sido utilizada, também, no nível de sistemas de processamento de sinais. Tem tido, pois, uma variada gama de aplicações.

2 – Conjuntos

2.1 - Definições Básicas - Conceitos Primitivos [5]

Antes de abordarmos os conjuntos clássicos (crisp) e os conjuntos fuzzy, faremos uma rápida noção do conceito de *conjunto* e de *função.*

Como assinala Castrucci, o ponto de partida, em qualquer teoria, é sempre dado por *conceitos não definidos*, denominados também *conceitos primitivos*.

Entre esses conceitos primitivos, citem-se *conjunto, elemento* e a *relação de pertinência entre elemento e conjunto* dada pela expressão *pertence a* . expressa pelo símbolo Î.

Assim, se o elemento *a* pertence ao conjunto A, isso é expresso por *a* Î *A,* que se lê *a pertence a A.* A negativa dessa sentença é $a \notin A$, que se lê *a não pertence a A.*

Costuma-se representar os conjuntos por letras maiúsculas latinas A, B, C,...e os elementos, que se supõem distintos dois a dois, por letras latinas minúsculas a, b, c, ...[1]

Na teoria clássica de conjuntos existem três conceitos não-definidos, denominados conceitos primitivos-Conjunto

- Elemento
- Relação de pertinência

Conjunto

A noção clássica de *conjunto,* na linguagem fuzzy, é similar à que se utiliza na linguagem comum, ou seja, é uma coleção, agrupamento, classe ou sistema. Sua notação clássica são as letras latinas maiúscula.

Notação Clássica: X.

Notação fuzzy: Ã

Elemento

Elemento é cada membro que forma o conjunto e sua notação clássica são as letras latinas minúsculas. Ex: x.

A notação fuzzy é o par ordenado

[5] Este subitem e o que se lhe segue são transcritos, com autorização do autor, quase *ipsis verbis* do livro de COSENZA, Carlos Alberto Nunes, Prof. Titular da COPPE/UFRJ, ainda no prelo. Vide bibliografia.

{ x, $\mu_{\tilde{A}}$ (x)}, ou elemento x com grau de pertinência $\mu_{\tilde{A}}$(x).

Relações de Pertinência

Os dois conceitos anteriores estão listados pela relação de pertinência *x pertence a x* (x Î X) ou x não pertence a X (x Ï X).

A noção clássica de pertinência pode ser definida pela função característica onde 1 indica x Î X e 0 indica Ï X. Matematicamente, a Teoria Fuzzy de Conjuntos estende a noção de pertinência, permitindo que a função característica assuma outros valores reais não-negativos além de 0 e 1.

Assim, a teoria fuzzy define a chamada Função de Pertinência (ou Grau de Pertinência) $\mu_{\tilde{A}}$ (x) do elemento x em Ã , onde $\mu_{\tilde{A}}$ (x) pode assumir valores reais não negativos, tal que o supremo seja finito. Esses valores pertencem ao espaço de pertinência M.

Os conjuntos podem ser representados a) pela designação de seus elementos, entre chaves, ou b) pelas propriedade de seus elementos.

Um conjunto clássico pode ser descrito de várias maneiras:

a) pela determinação de seus elementos, que são sempre distintos entre si e colocados entre chaves (lista). Ex.: {a, e, i, o, u} ¾ indica o conjunto das vogais;
b) pela propriedade de seus elementos. Assim, conhecida uma propriedade característica P dos elementos de um conjunto, fica ele determinado. Assim, o *conjunto dos elementos x que têm a propriedade P é indicado por* {x ½ x tem a propriedade P }.

Ex.: { x ½ x é real e x > 2 }

c) definindo os membros utilizando a função característica, em que 1 indica pertinência e 0, não-pertinência. Para um conjunto fuzzy, a função característica permite vários graus de pertinência para os elementos do conjunto dado.

Exemplos:

a) í5, 6, 7ý, indica os conjuntos formados pelos elementos 5, 6, 7.
b) {x | x}; {x tal que x tem a propriedade P}; {t. q. x tem a propriedade P}. Ex.: {x | x é real e x >2}.

Com notações da Lógica e da Matemática, este exemplo pode ser simbolizado por

$\{x \mid x \in \Re \wedge x > 2\}$, onde $\Re$ designa o conjunto dos números reais e $\wedge$, a conjunção e.

Os conjuntos, também, podem

ser determinados pela propriedade característica.

Assim, { 1, 2, 3, 4,...} = { x | x é natural}. Observe-se que a propriedade que caracteriza o conjunto deve permitir que , *dado um elemento*, seja possível saber se o elemento pertence ao conjunto.

Função

Suponhamos que a cada elemento em um conjunto A exista correspondência, de uma maneira ou de outra, a um único elemento de um conjunto B.

Estas relações são denominadas *função* ® *f (a)* que se lê *f de a.*

Se designarmos por *f* estas relações. podemos então escrever:

f : A Õ B

que se lê "f é uma função de A em B". O conjunto A é chamado de *domínio* da *função* f e B é chamado o *contradomínio* de f. Além disso, como se viu acima, em outras palavras, se *a* Î A, o elemento em B, que corresponde a *a* é chamado a *imagem* de *a* e é representado, igualmente, por *a* Î *A*.

Como exemplo, se *f* faz corresponder a cada número real o seu quadrado, isto é, para número real x existe f (x) = x^2 , então o domínio e o contradomínio de f são os números reais; pode-se, então, escrever,

f : R* → R*

A imagem de –3 é 9; podemos assim escrever também f (-3) = 9 ou f : -3 → 9.

2.2 – Conjunto Universo, Conjuntos Unitários e Conjuntos Vazios

Conjunto Universo

Seguindo a notação clássica, o conjunto universo é definido como um conjunto ao qual pertencem todos os elementos com os quais se está trabalhando. . Na Teoria Fuzzy, esta noção é muito importante. Genericamente, é representado pela letra U. É interessante observar que o sinal +, em muitos textos sobre a teoria fuzzy, denota União. Nesse sentido, um conjunto universo X = { $x_{1,}$ x_2, x_3, ..., x_n } pode ser representado por X = $x_{1\,+}$ x_{2+} x_3 +...........+ $x_{n.}$

Conjunto Unitário

Mesmo não estando de acordo com a linguagem usual, em face da caracterização pela propriedade, poderá haver casos em que o conjunto tenha, apenas, *um só elemento* ou nenhum.

Exemplo: O conjunto dos

números inteiros tal que $x + 2 = 6$ ou em símbolos: { x ½ x é inteiro e x+2 = 6}. Neste caso, o conjunto só tem o elemento 4. Então, escrevemos: { x ½ x é real e x + 2 = 6} ou { 4 }.

Os conjuntos com um só elemento como { 7 }, { 0 } e { a } são denominados conjuntos unitários.

Conjunto Vazio

Se, agora, desejamos o conjunto das soluções reais da equação $x^2 + 1 = 0$, encontramos um conjunto que não possui elementos, isto é, { x ½ x é real e $x^2 + 1 = 0$ } não tem elementos. O conjunto que não tem elementos é chamado conjunto vazio.

2.3 – Conjuntos Crispe Conjuntos Fuzzy

2.3.1 - Conjuntos Crisp

Um conjunto Crisp pode ser considerado um *container* e os elementos que pertencem a este conjunto como os objetos nele contidos. Neste sentido, um objeto estará ou não neste *container*. Podemos definir uma função de pertinência

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se e somente se } x \in A, \\ 0 & \text{se e somente se } x \notin A \end{cases}$$

De maneira semelhante, podemos definir as funções de pertinência para as operações do conjunto, como *união, interseção e complemento,* como se segue:

$\mu_{A}È_{B}$ (x) = max (μ_A(x), μ_B(x)),

$\mu_{A}Ç_{B}$ = min(μ_ax, μ_B(x), e

$\mu_{\tilde{A}}$(x) = 1 - μ_A(x),

respectivamente. Então, uma função de pertinência para um conjunto crisp é definida como

μ: X ® {0, 1}.

Além do mais, A é um subconjunto de B se e somente se

x Î A Þ x Î B $\forall$ x

em termos de função de pertinência. A é um subconjunto de B se e somente se

$\mu_{\tilde{A}}$(x) £ μ_B(x) x

Suponhamos U = {a, b, c, d}, A = {a,b}, e B = {b,d}. Portanto, μ_A (a) = 1, μ_A (b) = 1, μ_A (c) = 0, μ_A (d) = 0, μ_B (a) = 0, μ_B (b) = 1, μ_B

(c) = 0, μ_B(d)= 1 e, assim,

$\mu_U(x) = 1$ para x = a, b, c ou d. $A \cap B$ = {b}. Então, $\mu_{AÇB}$ = min(μ_A(a), μ_B(a) = min(1,0) = 0.

$\mu_{A \cap B}$ =min (μ_A (b), μ_B(b)) = min(1,1) = 1. É fácil verificar que $\mu_{A \cap B}$ c = 0 e $\mu_{A \cap B}$ d = 0.

De maneira semelhante, pode-se demonstrar as funções de pertinência para *união* e *complemento.*

2.3.2 – Conjuntos Fuzzy

2.3.2.1 - Introdução

Consideremos alguns conjuntos na vida real. Como poder-se-ia considerar um conjunto de pessoas idosas? No caso de uma pessoa de 70 anos, não há dúvida. E se uma pessoa tiver 60 anos? Também, pode ser considerada uma pessoa idosa. Mas, se tiver 50 anos, talvez possamos ficar em dúvida se poderemos colocá-la nesse conjunto. Essa pessoa pertence ao conjunto ou não? Na realidade, pessoas diferentes teriam diferentes respostas para casos semelhantes. Pode-se ver que há *nebulosidade* nas fronteiras desse conjunto. Não temos como delimitá-lo dentro de um conjunto crisp. Há uma mudança gradual de pertinência em relação à idade, no caso do conjunto em pauta. A teoria dos conjuntos fuzzy é um modo matemático que trata desse tipo de conjuntos.

A função de pertinência de um conjunto fuzzy A é definida como

$\mu_{A:}$ $A \rightarrow [0,1]$

As funções de pertinência de operações do conjunto são definidas da mesma forma que nos conjuntos crisp.

A teoria dos conjuntos fuzzy e a lógica fuzzy são generalizações dos conjuntos ordinários e da lógica clássica, e proporcionam uma estrutura sistemática para representar conhecimentos qualitativos e com eles raciocinar.

Há muitos exemplos em que a função de pertinência de um objeto em relação a um determinado conjunto, em que esse objeto não pode ser nem completamente incluído, nem completamente excluído; por exemplo, o número 8 em relação à classe dos números muito maiores do que 1. A realidade é que estas classes, imprecisamente definidas, desempenham um importante papel no pensamento humano.

Para lidar com classes desse tipo, foi idealizado o conceito de *conjunto fuzzy*. Um conjunto fuzzy é uma classe que não admite dois graus de pertinência, incluído ou não incluído, mas um *continuum* de 0 a 1. Por exemplo, denominemos de U o conjunto universal de inteiros positivos. O conjunto fuzzy que representa a classe de números muito maiores do que 1 pode ser caracterizada por:

A = {aa é muito maior do que 1, a Î U}
A = {0.1/ 8+ 0.2 /9 + 0.5 / 10 + 0.8 / 11 + 0.9 / 12 + + 1 / 13 + 1 / 14 +...}

A notação inclui o grau de pertinência denominado u (a) de a para o conjunto A no formato u (a)½a. Colocando os valores de pertinência u (a) no eixo U, obtemos a função de pertinência para os números inteiros positivos muito maiores do que 1.

2.3.2.2 – Outras Definições importantes

2.3.2.2.1 – Conjuntos Fuzzy: Definições e Exemplos

Definição 1:

Se X é uma coleção de objetos genericamente designados por x, o conjunto fuzzy $\tilde{A}$ em X é um conjunto de pares ordenados:

Notação: $\tilde{A} = \{ x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$
$\mu_{\tilde{A}}(x)$ é chamada a função de pertinência ou grau de pertinência (também denominado grau de compatibilidade ou grau de verdade) de x em $\tilde{A}$, que mapeia X para o espaço de pertinência M. (Quando M contém apenas os dois valores 0 e 1, $\tilde{A}$ é não fuzzy e $\mu_{\tilde{A}}(x)$ é idêntico à função característica de um conjunto não fuzzy). A relação de elementos de mesma natureza da função de pertinência é um subconjunto dos números não negativos reais, cujo supremo é finito. Elementos com um grau 0 de pertinência, normalmente não são listados.

Notação: $\tilde{A} = \{ x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$
$\mu_{\tilde{A}}(x)$ é chamada a função de pertinência ou grau de pertinência (também denominado grau de compatibilidade ou grau de verdade) de x em $\tilde{A}$, que mapeia X para o espaço de pertinência M. (Quando M contém apenas os dois valores 0 e 1, $\tilde{A}$ é não fuzzy e $\mu_{\tilde{A}}(x)$ é idêntico à função característica de um conjunto não fuzzy). A relação de elementos de mesma natureza da função de pertinência é um subconjunto dos números não negativos reais, cujo supremo é finito. Elementos

com um grau 0 de pertinência, normalmente não são listados.

Outra Notação:

sendo X um conjunto finito.

$$= \int_x \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x}$$

Observe-se que os elementos x tais que $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ normalmente não são listados.

Exemplo 1a)

Um corretor de imóveis deseja classificar uma casa que oferece a seus clientes. Um indicador de conforto dessas casas é o número de quartos existentes em cada uma delas. Seja X = {1, 2, 3, . . . ,10} o conjunto de tipos confortáveis de casas, descrito por x = número de quartos de uma casa. Então, o conjunto fuzzy *tipo confortável de casas para uma família de quatro pessoas* pode ser descrita como

Ã = {(1, .2), (2, .5), (3, .8), (4, 1), (5, .7), (6, .3)}

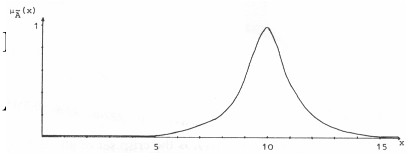
Na literatura, encontram-se diferentes maneiras de denotar os conjuntos fuzzy:

1. Um conjunto fuzzy é denotado por um conjunto de pares ordenados, o primeiro elemento dos quais denota o próprio elemento, e o segundo o grau de pertinência, como acima se escreveu. (definição 1a).

Exemplo 1b

Ã = números reais consideravelmente maiores do que 10

$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in X\}$, onde



Números reais próximos a 10

Exemplo 1d

Ã = inteiros próximos de 10

Ã = 0.1/7 + 0.5/8 + 1/10 + 0.8/11 + 0.5/12 + 0.1/13

Exemplo 1e

Ã = números reais próximos de 10

$$\tilde{A} = \int_{\Re} \frac{1}{1+(x-10)^2} / x$$

Já se tem mencionado que a função de pertinência não se limita a valores entre 0 e 1. Se $\sup_x \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$, o conjunto fuzzy Ã é chamado normal. Um conjunto fuzzy Ã não vazio pode sempre ser normalizado dividindo $\mu_{\tilde{A}}(x)$ por $\sup_x \mu_{\tilde{A}}(x)$: por uma questão de conveniência, supõe-se sempre que os conjuntos fuzzy sejam normalizados. Para a representação de conjuntos fuzzy será usada a notação 1 ilustrada nos exemplos 1b e 1c, respectivamente.

Um conjunto fuzzy é, obviamente, uma generalização de um conjunto clássico e a função de pertinência, a generalização de uma de uma função característica. Uma vez que estamos, geralmente, nos referindo ao conjunto (crisp) universal X, alguns elementos de um conjunto fuzzy podem ter um grau de pertinência 0. Muitas vezes, é apropriado considerar aqueles elementos de um universo que tenham um grau de pertinência diferente de 0 em um conjunto fuzzy.

Definição 2

O suporte de um conjunto fuzzy Ã é o conjunto crisp de todo $x \in X$ tal que $\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$.

Exemplo 2.

Consideremos, novamente o conjunto 1a acima. O suporte de S(Ã) = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Os elementos)*tipos de casa*) {7, 8, 9, 10} não são parte do suporte de Ã! Uma noção mais generalizada e mesmo mais utilizável é a de um conjunto *nível* α.

Definição 3

O conjunto crisp de elementos que pertencem ao conjunto fuzzy Ã, no mínimo, ao grau α. é chamado *conjunto nível* α..

$$A\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha.$$

$A'_{\alpha} = \{ x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha.\}$ é chamado *conjunto forte nível*-α. ou conjunto a-corte (*cut).*

Exemplo 3

Se voltarmos a referirmo-nos ao exemplo 1a, poderemos listar os conjuntos nível α possíveis:

$A_{.2} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$A_{.5} = \{2, 3, 4, 5\}$
$A_{.8} = \{3, 4\}$
$A_{1} = \{4\}$

O conjunto forte nível-α para α= .8 é $A'_{.8} = \{4\}$

Definição 4

Cardinalidade

A cardinalidade, dentro da teoria clássica, é dada pelo número de elementos de um conjunto X e é denotada por n(x). Na teoria fuzzy fica definida da seguinte forma:

$$|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$$

Quando X for um conjunto contínuo,

$$|\tilde{A}| = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)dx$$

OBS.: Cardinalidade relativa de Ã:

Ã ⇒ $\|\tilde{A}\| = \frac{|A|}{|X|}$, onde $|X| = n(x)$.

A cardinalidade relativa representa a fração de elementos de X que estão em Ã, *ponderados pelo grau de pertinência em Ã.* Obviamente, a cardinalidade nem sempre existe.

Definição 5

Subconjunto

Segundo a teoria clássica de conjunto, um conjunto Y é dito subconjunto de X se e somente se todo elemento que pertence a Y, pertence também a X. Assim, Y está contido em X.

Notação clássica: Y ⊂ X

Dentro da teoria fuzzy, $\tilde{B}$ é um subconjunto de Ã , se e somente se, para todo x ∈ X (sendo X o conjunto universo comum), $\mu_{\tilde{B}}(x) \le \mu_{\tilde{A}}(x)$.

Exemplo: Seja X = 1 + 2 + 3 + 4 + 5
Ã = "pequeno" Δ 1/1 + 0.8/2 + .6/3 + .4/4 + .2/5

$\tilde{B}$ = "muito pequeno" Δ 1/1 + 0.64/2 + 0.36/3 + 0.16/4 + 0.04/5 ⇒ ⊂ Ã

OBS.: O símbolo Δ representa *igual por definição* ou *denota.*

Definição 6

Igualdade de Conjuntos

Segundo a teoria clássica, um conjunto A é igual a B, se e somente se, A ⊂ B e B ⊂ A.

A mesma definição vale para a teoria fuzzy como se segue:

Ã = ⇔ Ã⊂ e ⊂Ã

⇒ Ã = ⇔

Definição 7

Conjunto Nítido

É todo conjunto fuzzy em que todos os elementos possuam o mesmo valor para a função de pertinência. Na verdade, é um conjunto "crisp" (clássico) como será evidenciado a seguir.
EXEMPLO: Sejam X = {1, 2, 3} e Ã = {(1, 0.4; (2, 0.4); (3, 0.4)}

Normalizar Ã ⇒ sup $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.4$

$\Rightarrow \forall x \in X \Rightarrow$ $_{\text{norm}}$ = / sup

$\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.4/0.4 = 1 \Rightarrow \tilde{A}_{norm}$ =
{(1,1); (2, 1); (3, 1)} = {1, 2, 3}.

3 - Operações Básicas entre Conjuntos [7]

Zadeh, em 1965, sugeriu as seguintes operações, que não são,contudo, a única maneira de extensão da Teoria clássica de Conjuntos. Operações alternativas e adicionais foram definidas posteriormente, mas fogem ao escopo deste trabalho. Também pelo mesmo motivo não iremos demonstrar as expressões algébricas, mas apenas enunciá-las, ressaltando que, quando forem utilizadas, a notação empregada é a mesma dos conjuntos clássicos. Também não citaremos suas propriedades.

3.1 União de Conjuntos

Definição clássica: Dados dois conjuntos A e B (subconjuntos do conjunto universo X), sua união é dada pelo conjunto D constituído dos elementos que pertencem a A ou a B.

Definição fuzzy: Seja $\tilde{D}$ = Ã ∪ $\tilde{B}$ $\mu_{\tilde{D}}(x) = máx\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}, x \in X$

$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$

Definição clássica: Dados dois conjuntos A e B (subconjuntos do conjunto universo X), sua interseção é dada pelo conjunto C dos elementos que pertencem a A e a B.

Definição fuzzy: Seja

3.2- Interseção de Conjuntos

Definição clássica: Dados dois conjuntos A e B (subconjuntos do

[7] As definições constantes deste item são transcritas, com autorização do autor, Carlos Alberto Nunes Cosenza, Professor Titular da COPPE/UFRJ, quase *ipsis verbis*.

conjunto universo X), sua interseção é dada pelo conjunto C dos elementos que pertencem a A e a B.

Definição fuzzy: Seja $\tilde{C}$ =Ã∩ a interseção entre os conjuntos fuzzy Ã e

⇒

3.3- Conjunto Complementar (ou Complemento)

Definição Clássica: O complemento de um conjunto B ⊂ X é dado por todos os elementos que pertencem a A e não pertencem a B.

NOTAÇÃO CLÁSSICA: $\mathbf{C_B}$ ou $\mathbf{C_{xB}}$ (X não precisa ser explicitado já que se trata do conjunto universo)
$\Rightarrow \mathbf{C_B = \{x \in X \,/\, x \notin B\}}$

Definição Fuzzy: Seja ⊄ Ã o **complemento** de Ã.
$\Rightarrow \mu \not\subset_{\tilde{A}} (x) = 1 - \mu_{\tilde{A}} (x); x \subset X$

Notação Fuzzy: ⊄ Ã ou ⌉ Ã.

3.4 - Leis de Morgan

Também se aplicam as Leis de Morgan.

$\not\subset (\tilde{A} \cap \tilde{B}) = (\not\subset \tilde{\mathbf{A}}) \cup (\not\subset \quad)$

4. – Graus de Pertinência

Antes da conclusão, para ilustração, um exemplo de graus de pertinência dos elementos de um pequeno conjunto universal em quatro conjuntos fuzzy, listados na tabela abaixo e expressos graficamente na figura que se lhe segue . (Tabela e Gráfico tirados de Klir & Folger, pp. 14 e 15).

Foi selecionado o conjunto universal crisp X de idades.

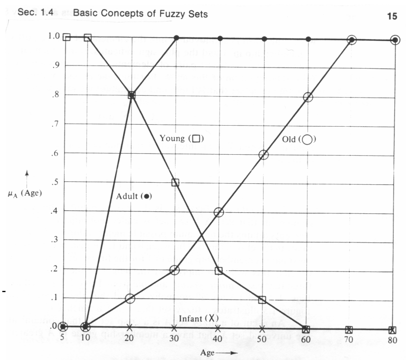


Figure 1.4. Examples of fuzzy sets defined in Table 1.2 (A ∈ {infant, young, adult, old}).

Exemplos de conjuntos fuzzy definidos na tabela: criança (infant), jovem (young), adulto (adult), idoso (old)

Elementos (idades)	Crianças	Adultos	Jovens	Idosos
5	0	0	1	0
10	0	0	1	0
20	0	.8	.8	.1
30	0	1	.5	.2
40	0	1	.2	.4
50	0	1	.1	.6
60	0	1	0	.8
70	0	1	0	1
80	0	1	0	1

Definimos como *cardinalidade escalar* de um conjunto fuzzy Ã em um conjunto universal X como o somatório dos Graus de Pertinência de todos os elementos de X contidos em Ã.

Então: $|\tilde{A}| = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)$

A cardinalidade escalar do conjunto *criança* é 0.

Outras formas de cardinalidade têm sido propostas para conjuntos fuzzy, as quais são chamadas *cardinalidade fuzzy,* sendo esta, de preferência, definida com números fuzzy, em vez de números reais, como no caso da cardinalidade escalar. Quando um conjunto fuzzy tem um suporte finito, sua cardinalidade $|\tilde{A}|$ é um conjunto fuzzy (número fuzzy), definido em N, cuja função de pertinência é definida por $\mu_{\tilde{A}}(|A\alpha|) = \alpha$, para cada α no conjunto nível de A ($\alpha \in A\alpha$). A cardinalidade do conjunto fuzzy *idoso,* da tabela acima, é

$$|\text{idoso} = .1/7 + .2/6 + .4/5 + .6/4 + .8/3 + 1/2.$$

Há diversas maneiras de estender a inclusão de conjunto, bem como as operações dos conjuntos crisp básicos para aplicação nos conjuntos fuzzy. Neste trabalho, não há espaço para isso, pois nos propusemos, tão somente, a uma breve e simples iniciação à Lógica Fuzzy

Conclusão

Tem sido reconhecido, cada vez mais, que nossa sociedade está experimentando uma significativa transformação, normalmente caracterizada como uma transição de uma sociedade industrial para uma sociedade de informação.

Poucos duvidam de que essa transição seja fortemente relacionada com o surgimento e o desenvolvimento da tecnologia dos computadores e com as atividades intelectuais associadas, do que resultam novas áreas de pesquisa, tais como ciência dos sistemas, ciência da informação, análise de decisão, ou inteligência artificial.

O avanço da tecnologia de computadores tem contribuído firmemente para aumentar nossa capacidade de lidar, com êxito, com sistemas em um âmbito crescentemente amplo, incluindo sistemas que nos são previamente intratáveis, em face de sua natureza e complexidade. Embora o nível de complexidade com que nos defrontamos continue a crescer, começamos a constatar que há limites fundamentais a esse respeito. Como conseqüência, começamos a compreender que a necessidade de simplificação de sistemas, muitos dos quais se têm tornado essenciais para caracterizar certas situações problemáticas, muitas vezes relevantes, é com freqüência inevitável. Em geral, uma boa simplificação pode minimizar a perda de informações importantes para a solução do problema em pauta. De fato, informação e complexidade estão inter-relacionadas. Mas, a simplificação se faz imprescindível.

Um dos meios de simplificar um sistema muito complexo — talvez, o mais significativo deles — é permitir algum grau de incerteza em sua descrição.

Proposições obtidas de sistemas simplificados são menos precisas (sem dúvida), mas sua relevância para o sistema original é plenamente mantida; isto é, para possibilitar um nível manejável de complexidade de um problema, é absolutamente válido introduzir no sistema uma simplificação (introdução de um grau de incerteza), sem que isso afete , de maneira fundamental, o sistema analisado. O conceito de incerteza é, portanto, relacionado com a complexidade da informação.

Percebe-se, atualmente, que há várias diferentes maneiras de lidar com incerteza, e que cada uma delas desempenha um importante papel na simplificação de problemas complexos.

Uma formulação matemática, contida dentro desses vários tipos de incerteza pode ser propriamente caracterizada e pesquisada, está agora disponível, baseada na Teoria dos Conjuntos Fuzzy e das Medidas Fuzzy.

Esperamos que este trabalho, como se afirmou na Introdução, possa cumprir seus objetivos primordiais: dar uma noção da Teoria Fuzzy, principalmente aos nela ainda não são iniciados, e permitir a todos um seu maior aprofundamento — para o que relacionamos uma bibliografia, que nos parece suficiente e adequada.

BIBLIOGRAFIA

COSENZA, Carlos Alberto Nunes, *Teoria de Conjuntos Fuzzy – Comparação Introdutória com a Teoria Clássica dos Conjuntos,* COPPE/ UFRJ, Rio de Janeiro (no prelo)

KARTALOPOULOS, Stamatios V., *Understandug Neural Networks and Fuzzy Logic — Basic Concepts and Applications,* IEEE Press, The Institute of Electrical and Eletronics Engineers, Inc., New York, 1996.

KLIR, George J., FOLGER, Tina A.,Fuzzy Sets, Uncertaint and Information, Prentice Hall PTR-Englewood Cliffs, New Jersey, 1998.

ROSSI, Timothy j., Fuzzy Logic With Engineering Applications, McGraw-Hill, Inc.New York, 1995.

TERANO, Toshiro, et alii, *Fuzzy Systems Theory and its Applications,* Academic Press, INC, San Diego, California, USA, 1987.

ZIMMERMANN, H. J., *Fuzzy Set Theory and its Applications,* Kluwer Academic Publishers Group, Massachusetts, USA, 1991 (Seventh Printing, 1994).

APÊNDICE
Redes Neurais e Lógica Fuzzy

Biologistas têm estudado, durante muitos anos, as *redes neurais biológicas* e concluíram que o cérebro humano é semelhante a uma *malha.* .Descobrir como o cérebro trabalha tem sido a continuação de um esforço constante que começou há mais de 2.000 anos com Aristóteles e Heráclito e que tem prosseguido com os trabalhos de Ramon e Cajal, Colgi, Hebb e outros. Quanto mais se compreende o cérebro, mais se pode emulá-lo e construir máquinas artificiais de *pensar.* Informações que têm sido acumuladas a respeito do funcionamento do cérebro permitem a emergência de novas tecnologias e o começo do emprego de *redes neurais artificiais.*

Os sistemas *fuzzy* podem lidar com informações correntes *fuzzy* e são capazes de fornecer *outputs* semelhantes aos dos sistemas clássicos. Contudo, nos sistemas *fuzzy* não há *aprendizagem,* como nas redes neurais, e as relações *input-output* (regras *fuzzy*) têm que ser conhecidas, mesmo vagamente, *a priori.*

Já as redes neurais, à semelhança dos sistemas nervosos biológicos, têm a capacidade de *aprender* através de um treinamento com repetição de exemplos. Em outras palavras, as redes neurais podem ser *ensinadas.*

As Redes Neurais e a Lógica *Fuzzy* têm suas limitações:quando se utilizam apenas redes neurais, tem-se uma *caixa preta,* que precisa ser definida. Isso exige um processo computacional altamente interativo. Deve ser desenvolvido um processo de experimentação e aperfeiçoado um algoritmo de *aprendizagem* até chegar-se a um nível satisfatório de aplicação. Os sistemas *fuzzy,* por sua vez, exigem um conhecimento completo das variáveis *fuzzy* e funções de pertinência (*membership),* das relações *input-output,* bem como de um critério adequado para selecionar as regras *fuzzy* que mais bem se adaptam à solução do caso em estudo. Entretanto, as Redes Neurais e a Lógica Fuzzy, embora diferentes, possuem uma interface: ambas podem trabalhar com elementos imprecisos, em um espaço que não é definido pelo sistema clássico, com limitações determinísticas. As limitações das Redes Neurais e da Lógica Fuzzy podem ser superadas, se as operações da Lógica Fuzzy forem incorporadas às Redes Neurais e se o *aprendizado* e a classificação das Redes Neurais forem incorporados aos sistemas *fuzzy*. É interessante assinalar que Redes Neurais e Lógica Fuzzy têm sido empregadas conjuntamente: as Redes Neurais artificiais classificam e *aprendem* regras para a Lógica Fuzzy e esta infere parâmetros obscuros da Rede Neural. A resultante é uma rede com alta capacidade de *aprendizagem* que produz *outputs* claros e inteligentes das entradas *fuzzy* ou dos parâmetros *fuzzy* e evita um grande consumo de tempo de manipulação matemática (interações).